

正交空时分组码性能估计的一种方法

李祥明, 罗 涛, 乐光新

(北京邮电大学电信工程学院, 北京 100876)

摘 要: 本文给出并证明了采用正交空时分组码传输的衰落信道条件下, 接收机输出瞬时信噪比的一般表达式, 分析了瑞利衰落信道条件下接收机输出符号差错性能. 给出了正交空时分组码的符号差错概率的最小距离球界, 由此可以得到空时分组码关于发送天线数量的“地板效应”.

关键词: 信道编码; 空时分组码; 分集技术

中图分类号: TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)07-0993-03

A Method of Performance Estimate for Orthogonal Space-Time Block Codes

LI Xiang-ming, LUO Tao, LE Guang-xin

(College of Telecommunications Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: A general expression of instant output signal to noise for orthogonal space time block code over fading channel at the receiver is shown. An estimate of the symbol error rate for orthogonal space time block is shown and a minimum distance sphere bound of the symbol error rate is given, from which one can easily obtain the “floor effect” of the transmitting antenna number.

Key words: channel codes; space time block codes; diversity technology

1 引言

近年来, 人们提出了一种新的信道编码技术—空时编码^[1]. 该方法将编码、调制、发送和接收分集有机地结合, 有效地提高了衰落信道的传输性能. Alamouti 提出了一种简单的分集方法, 采用两副天线发送、一副天线接收, 获得与一副天线发送、两副天线接收相同的分集收益^[2]. Tarokh 等在 Alamouti 工作的基础上, 将正交编码的方法结合这种简单的分集技术, 提出了正交空时分组码并研究了其编码和译码方法^[3]. Tarokh 还利用仿真的方法给出了若干正交空时分组码的性能曲线^[4]. 本文研究了正交空时分组码的接收信噪比, 并根据接收信噪比推导出瑞利衰落信道条件下接收性能的最小距离球界. 研究表明, 在接收天线数量一定的条件下, 增加发送天线的数量可以带来更大的分集增益. 但当发送天线增加到一定程度后, 再增加发送天线数量就不能带来明显的性能改善了.

2 正交空时分组码接收瞬时信噪比的计算

考虑 n 副发送天线、 m 副接收天线的无线传输系统, 如图 1 所示. 图中 $h_{i,j}$ ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$) 为第 i 副发送天线到第 j 副接收天线的衰落系数. 假设需要传送的信息符号序列为 $(x_1, x_2, \dots, x_K)$, 采用列正交编码矩阵 $G = \begin{bmatrix} c_1^1 & \dots & c_1^i & \dots & c_1^n \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_p^1 & \dots & c_p^i & \dots & c_p^n \end{bmatrix}$ 并按行发送, 在 p 个时刻内完成一个编码码字的发送. G 中元素 c_t^i ($t = 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots,$

n) 表示 t 时刻第 i 副发送天线所发送的信号, c_t^i 为 $x_1, x_2, \dots, x_K, x_1^*, x_2^*, \dots, x_K^*$ 的线性组合. 注意到 G 满足列正交条件^[3]

$$G^* G = (|x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_K|^2) I_n \quad (1)$$

式中: “*” 表示求矩阵的共轭转置; I_n 为 n 阶单位矩阵.

记 $R_j = (r_1^j \ r_2^j \ \dots \ r_p^j)^T$, $h_j = (h_{1,j} \ h_{2,j} \ \dots \ h_{n,j})^T$ 和 $n_j = (n_1^j \ n_2^j \ \dots \ n_p^j)^T$ 分别为第 j 副接收天线的接收矢量、信道矢量和接收到的复白高斯噪声矢量(上标“ T ”表示矩阵求转置), 噪声 n_t^j 每维噪声方差设为 $N_0/2$. 记信号矢量为 $x = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_K \ x_1^* \ x_2^* \ \dots \ x_K^*)^T$. 这样, 图 1 所示系统的第 j 副接收天线的接收矢量可以表示成

$$R_j = G \cdot h_j + n_j = H^j \cdot x + n_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

式中 H^j 称为第 j 副接收天线的信道矩阵. 假定在传送一个分组码的时间内信道参数恒定, 并将第 j 副接收天线的信道矩阵表示为

$$H^j = \begin{bmatrix} H_{1,1}^j & H_{1,2}^j & \dots & H_{1,2K}^j \\ H_{2,1}^j & H_{2,2}^j & \dots & H_{2,2K}^j \\ \vdots & & \vdots & \\ H_{p,1}^j & H_{p,2}^j & \dots & H_{p,2K}^j \end{bmatrix} \quad (3)$$

记 Y_j 为信道没有噪声时第 j 副天线收到的接收矢量

$$Y_j = (y_1^j \ y_2^j \ \dots \ y_p^j)^T = G \cdot h_j = H^j \cdot x \quad (4)$$

在接收端, 从接收天线阵列得到信号接收矩阵 $(R_1, R_2, \dots, R_m)$ 之后, 计算关于所有发送码字 $(s_1^1, s_1^2, \dots, s_1^n; s_2^1, \dots, s_2^n; s_p^1, \dots, s_p^n)$ 的度量^[4]

$$D = \sum_{t=1}^p \sum_{j=1}^m |r_t^j - \sum_{i=1}^n h_{i,j} s_t^i|^2 \quad (5)$$

并找出度量值最小的码字,就完成了极大似然译码。将式(5)展开,并代入式(1)可以证明,极小化式(5)实际上等效为极小化下面 K 个度量的值^[6]

$$D'_k = |\hat{x}_k - (\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |h_{i,j}|^2) x_k|^2, k=1, 2, \dots, K \quad (6)$$

式中

$$\hat{x}_k = \sum_{j=1}^m [(r_1^{j*} H_{1,k}^j + r_2^{j*} H_{2,k}^j + \dots + r_p^{j*} H_{p,k}^j) + (r_1^j H_{1,K+k}^{j*} + r_2^j H_{2,K+k}^{j*} + \dots + r_p^j H_{p,K+k}^{j*})] \quad (7)$$

假设信道 $h_{i,j}$ 已经准确地估计出来,这就可以利用式(7)分离出 K 条独立的输出支路,每条输出支路对应为一输入支路经过该系统的输出,如图1所示。如果直接利用式(5)进行译码,很难估计译码性能。既然利用式(6)与式(5)进行译码是等效的,这样,信源符号 x_k 等效为经过了一独立的复白高斯噪声信道得到 $\hat{x}_k$,由式(6)能够分别估计出接收到的信号的平均功率和噪声功率,由此可以估计出该输出支路的传输性能。下面,证明各输出支路具有完全相同的信噪比。

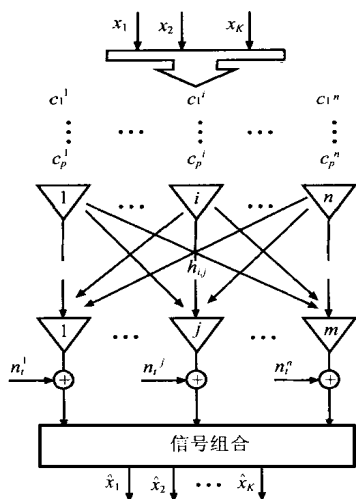


图1 n 副发送天线、 m 副接收天线的无线传输系统

由式(10)知各输出支路信号功率相同。为了计算各输出支路的信噪比,再考察式(8)中的噪声项

$$\eta_k = \sum_{j=1}^m [(n_1^{j*} H_{1,k}^j + n_2^{j*} H_{2,k}^j + \dots + n_p^{j*} H_{p,k}^j) + (n_1^j H_{1,K+k}^{j*} + n_2^j H_{2,K+k}^{j*} + \dots + n_p^j H_{p,K+k}^{j*})] \quad (11)$$

由式(4)知道,任意取定需要传送的信息符号序列($x_1, x_2, \dots, x_K$)都有

$$Y_j^* Y_j = x^* H^j H^j x = h_j^* G^* G h_j = (\sum_{i=1}^n |h_{i,j}|^2) (\sum_{k=1}^K |x_k|^2) \quad (12)$$

现展开 $x^* H^j H^j x$,并与式(12)比较,得到 $|x_k|^2$ 项的系数为

$$z_k^j = \sum_{w=1}^p [|H_{w,k}^j|^2 + |H_{w,K+k}^j|^2] = \sum_{i=1}^n |h_{i,j}|^2 \quad (13)$$

由式(11)和式(13),对应 $\hat{x}_k$ 输出支路的噪声功率为

$$P_N = E[|\eta_k|^2] = E[\eta_k^* \eta_k] = \sum_{j=1}^m \sum_{w=1}^p [|H_{w,k}^j|^2 + |H_{w,K+k}^j|^2] N_0 = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |h_{i,j}|^2 N_0 \quad (14)$$

可见各输出支路具有相同的噪声功率。由式(10)和式(14)得到接收信噪比为

$$SNR_{rev} = E_R / P_N = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |h_{i,j}|^2 E / N_0 \quad (15)$$

接收信噪比得到之后,可以较为方便地得到接收信号的符号差错性能。设接收星座最小距离为 d_R ,采用最小距离球界,可得瞬时符号差错率界^[1]

$$P_{e, inst}(h_{i,j}) \leq \exp(-\frac{d_R^2}{4P_N}), i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m \quad (16)$$

例如,对于采用如图2所示的QAM星座的系统^[5],当星座点数, $L=4, 16, 64$, 时,满足 $E_R = [(L-1)/6] d_R^2$ 。瞬时符号差错率界

$$P_{e, inst, QAM}(h_{i,j}) \leq \exp[-\frac{3E_R}{2(L-1)P_N}] = \exp[-\frac{3SNR_{rev}}{2(L-1)}] \quad i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m \quad (17)$$

3 衰落信道下正交空时分组码的符号差错性能分析

考虑采用正交矩阵 G 发送信息序列($x_1, x_2, \dots, x_K$)。设传送一个分组的总能量为 $K \cdot E_0$ (平均每个符号能量为 E_0)。信道 $h_{i,j}$ 已经准确地知道,并设 $h_{i,j}$ 为零均值独立复高斯随机序列,每维方差为 0.5。假定信道在传送一个分组的时间范围内恒定,现考察选用不同的 n 和 m 参数的天线阵列时系统的传输性能。

采用 G 发送($x_1, x_2, \dots, x_K$),并注意到式(1)的正交条件,得到发送信号的总能量为

$$E_{tot} = E \left[\sum_{t=1}^K \sum_{i=1}^n |c_t^i|^2 \right] = E \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\sum_{t=1}^K |c_t^i|^2 \right] \right\}$$

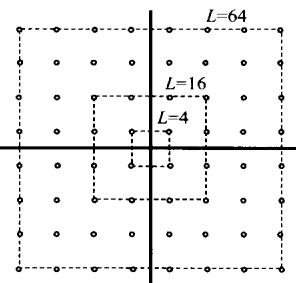


图2 二维实格 QAM 星座

$$= E \left\{ \sum_{i=1}^n |x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_K|^2 \right\} = n \cdot K \cdot E_s \quad (18)$$

同时又有 $E_{\text{tot}} = K \cdot E_0$, 于是

$$E_s = E_0/n \quad (19)$$

将式(19)代入到式(10), 得到当信号发送序列 $(x_1, x_2, \dots, x_K)$ 的总能量限定为 $E_{\text{tot}} = K \cdot E_0$ 时, 接收到的关于符号 x_k 的能量

$$E_R = \left[\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |h_{i,j}|^2 \right]^2 E[|x_k|^2] = \left[\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |h_{i,j}|^2 \right]^2 \frac{E_0}{n} \quad (20)$$

假定所使用的信号星座满足

$$E_R = \mu \cdot d_R^2 \quad (21)$$

对于给定的星座, 式中 μ 为常数. 这样, 由式(16)和式(20)可以得到瞬时符号差错概率

$$\begin{aligned} P_{e, \text{inst}}(h_{i,j}) &\leq \exp(-d_R^2/4P_N) = \exp[-E_R/(4\mu P_N)] \\ &= \exp\left[-E_0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |h_{i,j}|^2 / 4 \cdot \mu \cdot n \cdot N_0\right] \\ i &= 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $h_{i,j}$ 是每维方差为 0.5 的复随机变量, 其幅度应呈瑞利分布, 即有概率密度

$$p(|h_{i,j}|) = 2| |h_{i,j}| \exp(-|h_{i,j}|^2), \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m \quad (23)$$

由序列 $h_{i,j}$ 的独立性假设, 通过简单的积分运算可得到最小距离球界的平均符号差错概率

$$P_{e, \text{symbol}} \leq \left[\frac{1}{1 + E_0/4\mu N_0 n} \right]^{n \cdot m} \quad (24)$$

由式(24)可以知道, 如果发送 K 个信源符号的总能量已经限定为 $K \cdot E_0$ 时, 增加发送天线数和接收天线数都可以得到更好的符号差错率性能. 但如果接收天线数量一定, 当发送天线数增加到一定程度之后, 再增加发送天线数并不能明显地改善系统的符号差错率性能. 事实上, 当接收

天线数确定为 m 时, 若发送天线数 $n \rightarrow \infty$, 有

$$P_{e, \text{symbol}} \leq \exp[-E_0 m / (4\mu N_0)] \quad (25)$$

这说明, 发送天线数量存在“地板效应”.

对于图 2 中的 QAM 星座, 当星座点数取 $L = 4, 16, 64$ 时, 有 $E_R = d_R^2(L-1)/6$, 可知 $\mu = (L-1)/6$. 于是

$$P_{e, \text{symbol}}(\text{QAM}) \leq \left[\frac{1}{1 + 3E_0/2(L-1)N_0 n} \right]^{n \cdot m} \quad (26)$$

对于 BPSK 调制, 由于 $E_R = d_R^2/4$, $\mu = 1/4$. 如果发送 K

个比特的能量限定为 $K \cdot E_b$, 则比特差错率的最小距离球界为

$$P_b \leq \left[\frac{1}{1 + E_b/N_0 n} \right]^{n \cdot m} \quad (27)$$

由式(27)得到的瑞利衰落信道条件下接收天线数量为 2 时使用不同发送天线数量的最小距离球界的比特差错率曲线如图 3 所示. 由图可知, 对于 $m = 2$, 当发送天线数增加到 5 时, 再增加发送天线数就不能带来明显的性能改善了.

4 结束语

从上知道, 采用正交空时分组码传输信号, 增加发送天线和接收天线数量都可以得到更大的分集增益. 在移动通信系统中, 由于手持设备体积等原因的限制, 在移动台中实现接收天线分集比较困难, 这时可以选用发送天线分集来提高系统性能. 但考虑发送天线的“地板效应”, 在实际系统中采用空时编码的系统设计中, 发送天线数量已经达到理论给出的参考值后, 就没有必要再增加了. 发送天线数量越多, 系统的信道估计和定时同步会更加困难, 因而接收系统的复杂度也越高.

参考文献:

- [1] V Tarokh, N Seshadri, A R Calderbank. Space time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction [J]. IEEE Trans. on I.T., 1998, 44(2): 744-765.
- [2] S M Alamouti. A simple transmit diversity technique for wireless communications [J]. IEEE Journal on selected areas in communications, 1998, 16(8): 1451-1458.
- [3] V Tarokh, H Jafarkhani, A R Calderbank. Space time block codes from orthogonal designs [J]. IEEE Trans. on I.T., 1999, 45(5): 1456-1467.
- [4] V Tarokh, H Jafarkhani, A R Calderbank. Space time block coding for wireless communications: performance results [J]. IEEE Journal on selected areas in communications, 1999, 17(3): 451-460.
- [5] John G Proakis. Digital Communications [M]. McGraw-Hill, 1995, 178-180.
- [6] 罗涛, 李祥明, 乐光新. 正交空时分组码最大比率合并接收组合形式的配方法 [J]. 电子科学学刊已录用.

作者简介:



李祥明 男, 1971 年生于重庆开县, 2000 年获北京邮电大学通信与信息系统专业博士学位, 主要从事编码调制理论和高速信息网方面的研究, 已完成和发表学术论文十余篇.

罗涛 1971 年生, 北京邮电大学通信与信息系统专业博士生, 主要从事编码调制理论和高速信息网方面的研究.

乐光新 1937 年生, 北京邮电大学电信工程学院教授, 博士生导师, 校学术委员会主任. 主要研究方向为通信理论、数字通信、信息处理及高速信息网.